

Le basi dell'analisi armonica:

Funzioni periodiche, Periodi Ciclici, Onde Cicliche, Serie di Fourier, Armoniche (overtones)

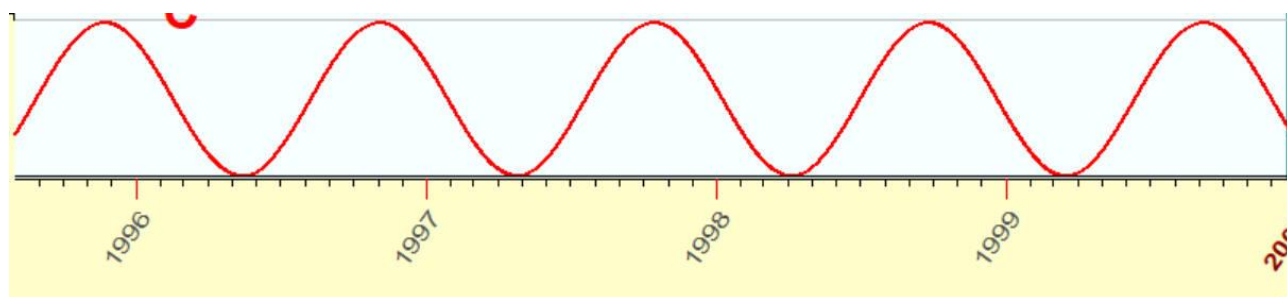
Scritto da Sergey Tarassov – Traduzione italiana di Nicola Abis

In questo articolo mi piacerebbe spiegare le basi dell'analisi ciclica (armonica). Proverò da un lato a spiegarla nel modo più semplice possibile, dall'altro lato seguirò la procedura scientifica standard.

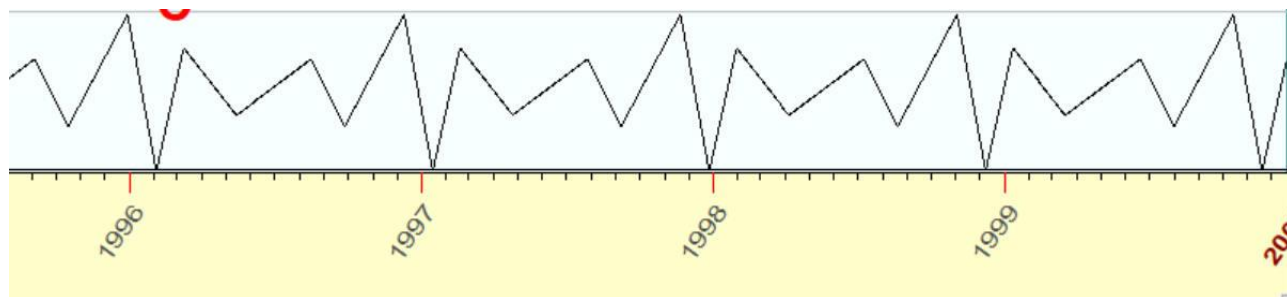
Dopo aver letto questo articolo, dovresti arrivare alla comprensione delle seguenti cose:

- I cicli non sono semplici curve sinusoidali;
- Periodi ciclici;
- Onde cicliche;
- Armoniche (overtones);
- Serie di Fourier;
- Come calcolare la fase di un ciclo;
- Come calcolare la waveform di un ciclo;

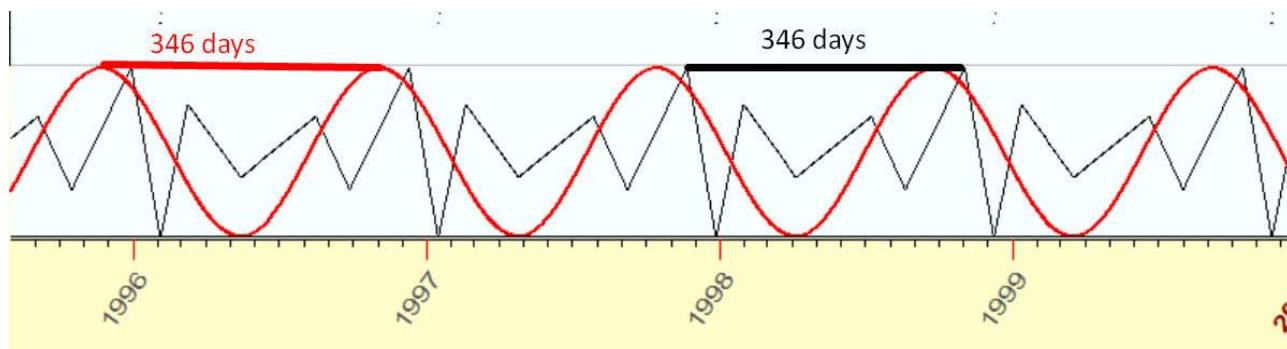
Molto spesso le persone concepiscono un ciclo come una sinusoide ideale, simile alla seguente:



Mentre un'onda potrebbe somigliare a quest'altra, che rappresenta ugualmente un ciclo:



Entrambe queste curve (sia la sinusoide ideale sia la curva irregolare sopra) hanno la stessa caratteristica: se la trasciniamo in avanti di 346 giorni, ritroviamo esattamente la stessa curva:



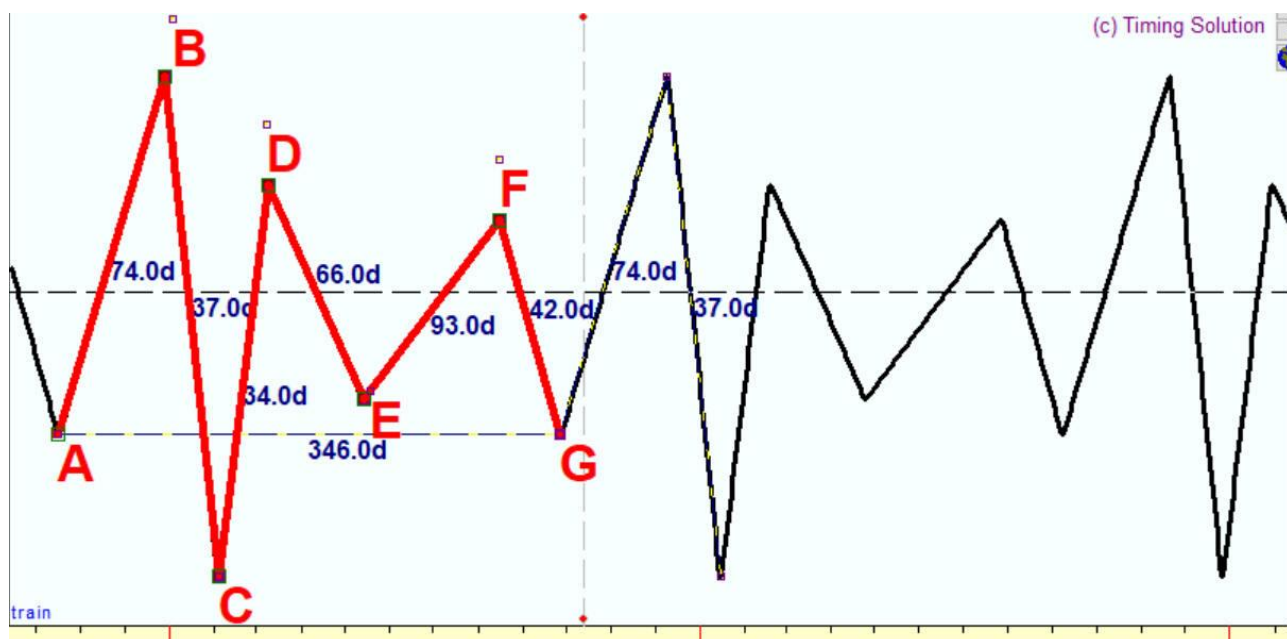
Questo è il **PERIODO** del ciclo e tali curve sono chiamate **FUNZIONI PERIODICHE**. Entrambe queste curve rappresentano dei cicli aventi lo stesso periodo ma differente **FORMA (WAVEFORM)**.

Il punto più importante di questo articolo è il seguente: per analizzare delle onde irregolari, non abbiamo bisogno di applicare qualche altra tecnica matematica. Qualsiasi sinusoide ideale viene analizzata utilizzando la stessa procedura matematica di una qualsiasi curva irregolare.

Le basi matematiche di questo approccio riguardano la **SERIE DI FOURIER**. Nel nostro esempio l'onda di 346 giorni potrebbe essere formata nel seguente modo: qualsiasi onda periodica avente un periodo di 346 giorni è calcolata come una somma di seni e coseni **ARMONICI** (chiamati overtones). Per una curva di 346 giorni, gli overtones saranno una curva di $346/2=173$ giorni, una curva di $346/3=115.3$ giorni, un'altra curva da $346/4=86.5$ giorni ecc. Questa è la formula:

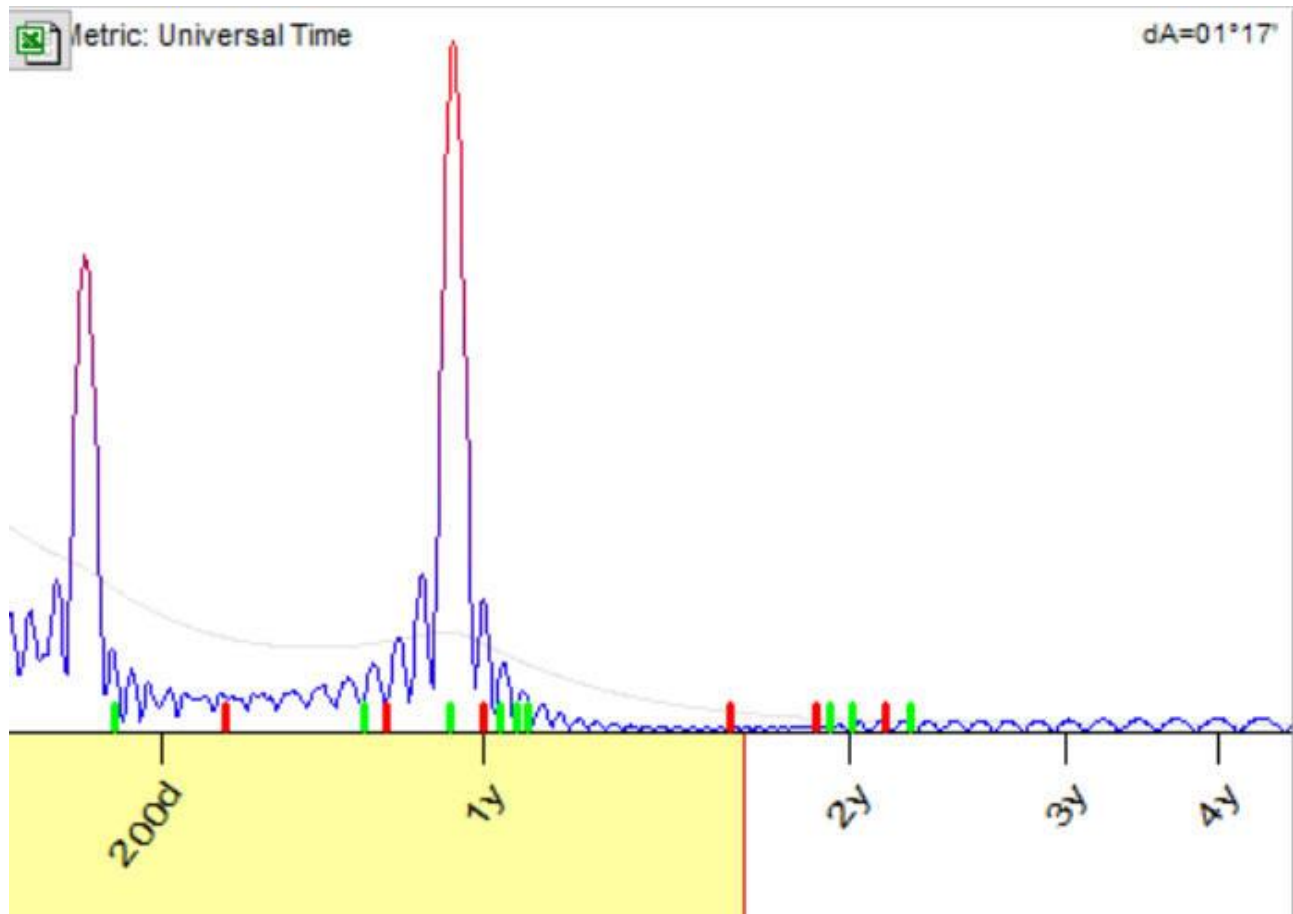
$$A_0 + A_1 * (346 \text{ gg onda seno}) + A_2 * (346 \text{ gg onda coseno}) + A_3 * (173 \text{ gg onda seno}) + A_4 * (173 \text{ gg onda coseno}) + \dots$$

Ora voglio dimostrare come questa tecnica lavora sul software Timing Solution. Ho creato manualmente un dataset di prezzi storici che contengono questo pattern periodico:

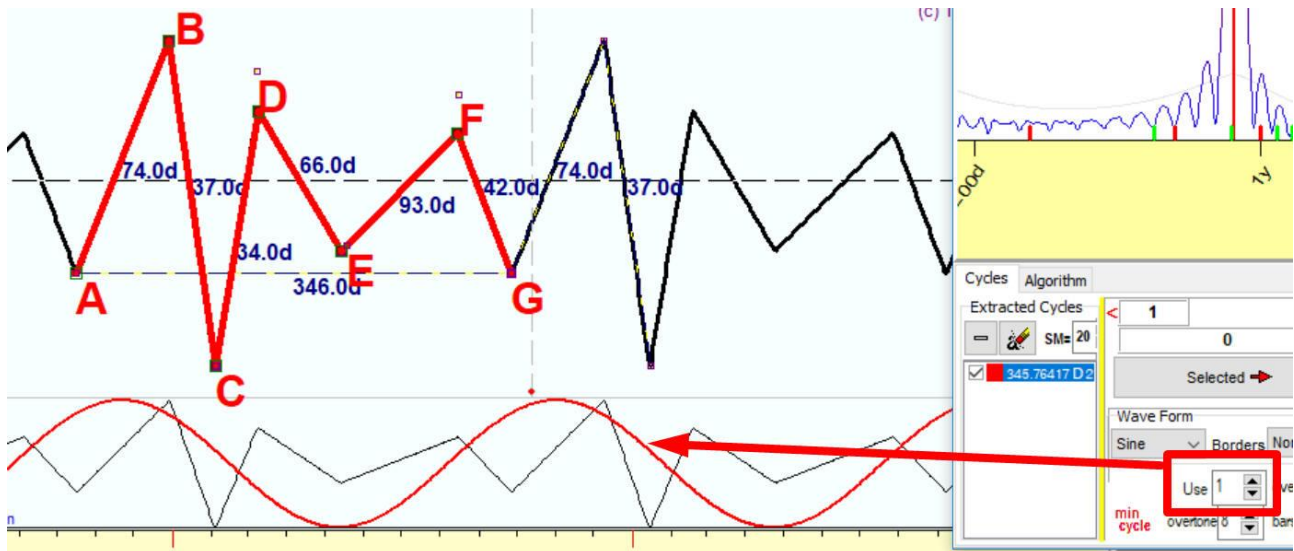


74 giorni dopo il minimo A troviamo il massimo B; successivamente, 37 giorni dopo B troviamo il minimo C, dopo altri 34 giorni il massimo D, dopo 66 giorni il minimo E, dopo 93 giorni il massimo F, dopo 42 giorni il minimo G. in totale, questo pattern copre 346 giorni, dopo i quali si andrà a ripetere da capo.

Eseguendo l'analisi di Spettro con l'apposito modulo del software, immediatamente ci viene rivelata la presenza di questo ciclo di 346 giorni, rappresentato dal seguente picco:



A questo punto clicco su questo picco ciclico di 346 giorni e chiedo al programma di costruire una curva di proiezione utilizzando una sola armonica. Questa curva di proiezione è calcolata come una sovrapposizione di 2 onde: seno 346 e coseno 346. Si ottiene questo:



Ora dovrete fare attenzione ad una piccola lezione sull'analisi armonica; si tratta di un argomento su cui spesso vengono richieste spiegazioni. Come fa il programma a trovare la fase di quest'onda di 346 giorni?

La risposta è che il programma la trova automaticamente, non c'è niente di cui l'utente si debba preoccupare per quanto riguarda la ricerca della fase, pensa a tutto il software. Abbiamo due onde: seno 346 gg e coseno 346 gg, che formano – come direbbe un matematico – una base ortogonale. In altre parole, qualsiasi onda 346 con qualsiasi fase può essere calcolata come una sovrapposizione di un seno 346 e coseno 346, in questo modo:

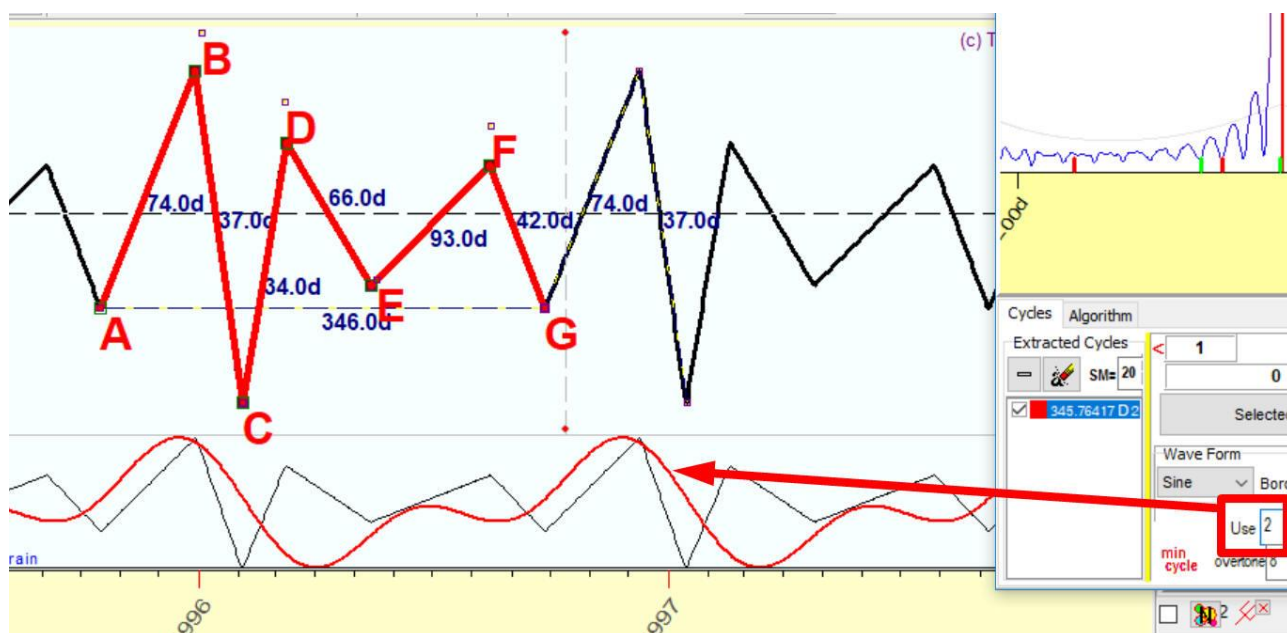
qualsiasi curva da 346 gg = $A1 \cdot \text{seno } 346 \text{ gg} + A2 \cdot \text{coseno } 346 \text{ gg}$

l'unica cosa che deve essere calcolata sono questi coefficienti A1 e A2, e questo è ciò che Timing Solution fa. Avendo i coefficienti A1 e A2 puoi facilmente calcolare la fase (è una formula trigonometrica ben conosciuta).

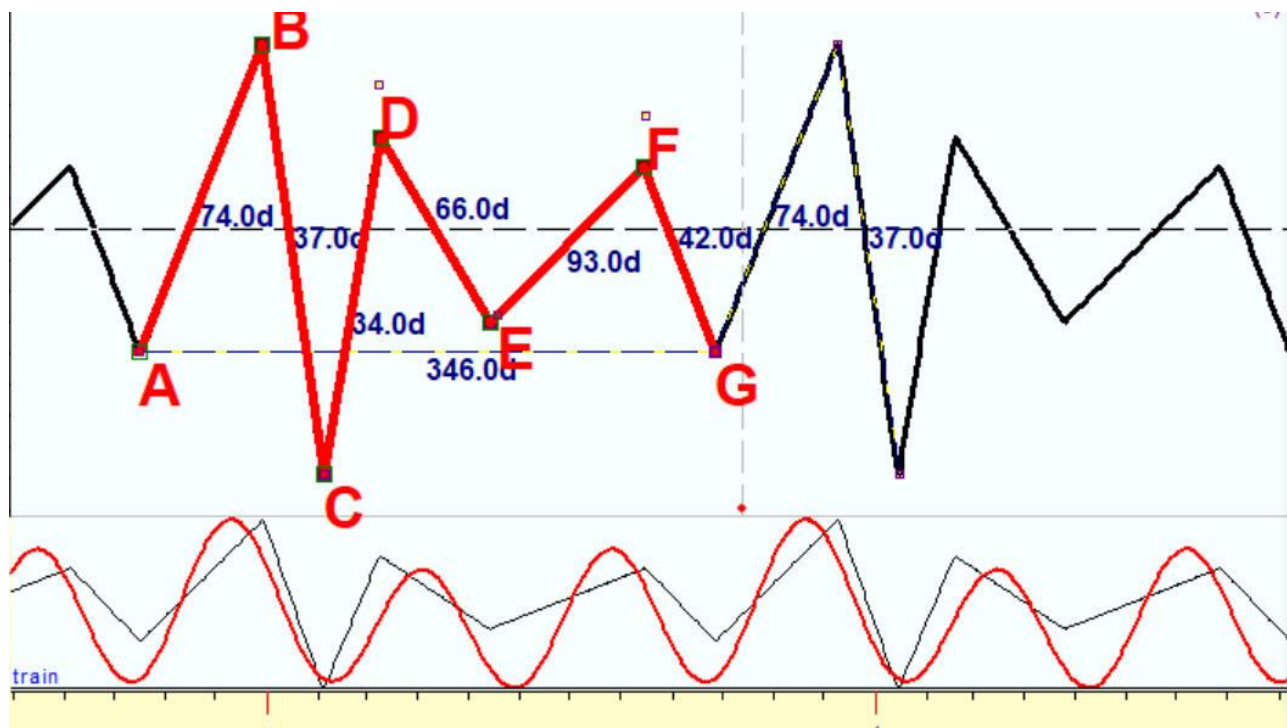
OK, spero che l'argomento delle fasi sia stato chiarito. Ma riguardo alle waveform? la sinusoide sopra non si adatta (fitting) alla nostra curva irregolare abbastanza bene. Cioè in altre parole la sinusoide mostra solo la sua tendenza molto generale e semplificata.

Non ci si deve preoccupare a riguardo. Le armoniche servono proprio a questo scopo, e penso che questo sia il dettaglio che maggiormente affascinò Joseph Fourier nel 1807, quando inventò la serie Fourier (serie trigonometrica).

Aggiungendo alla nostra curva di proiezione una seconda armonica (overtone), ovvero una curva seno e coseno da 173 giorni, vedete qui in basso come cambia la nostra curva. La curva di 173 che viene aggiunta rende la nostra curva più adatta a descrivere la nostra curva irregolare originaria:

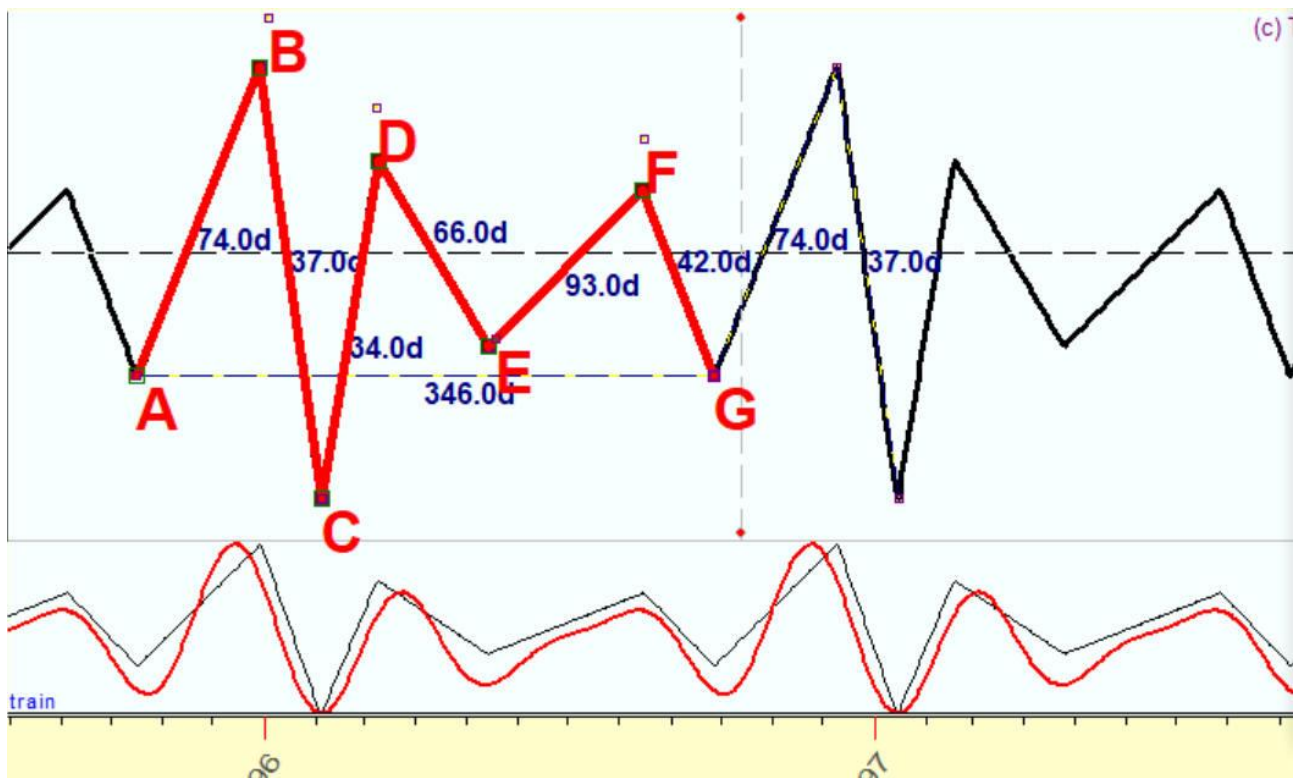


A questo punto vediamo cosa succede aggiungendo la terza armonica, ossia la curva di 115.3 giorni. Vengono ora mostrati tutti i punti di inversione più significativi anche se non ancora perfettamente:

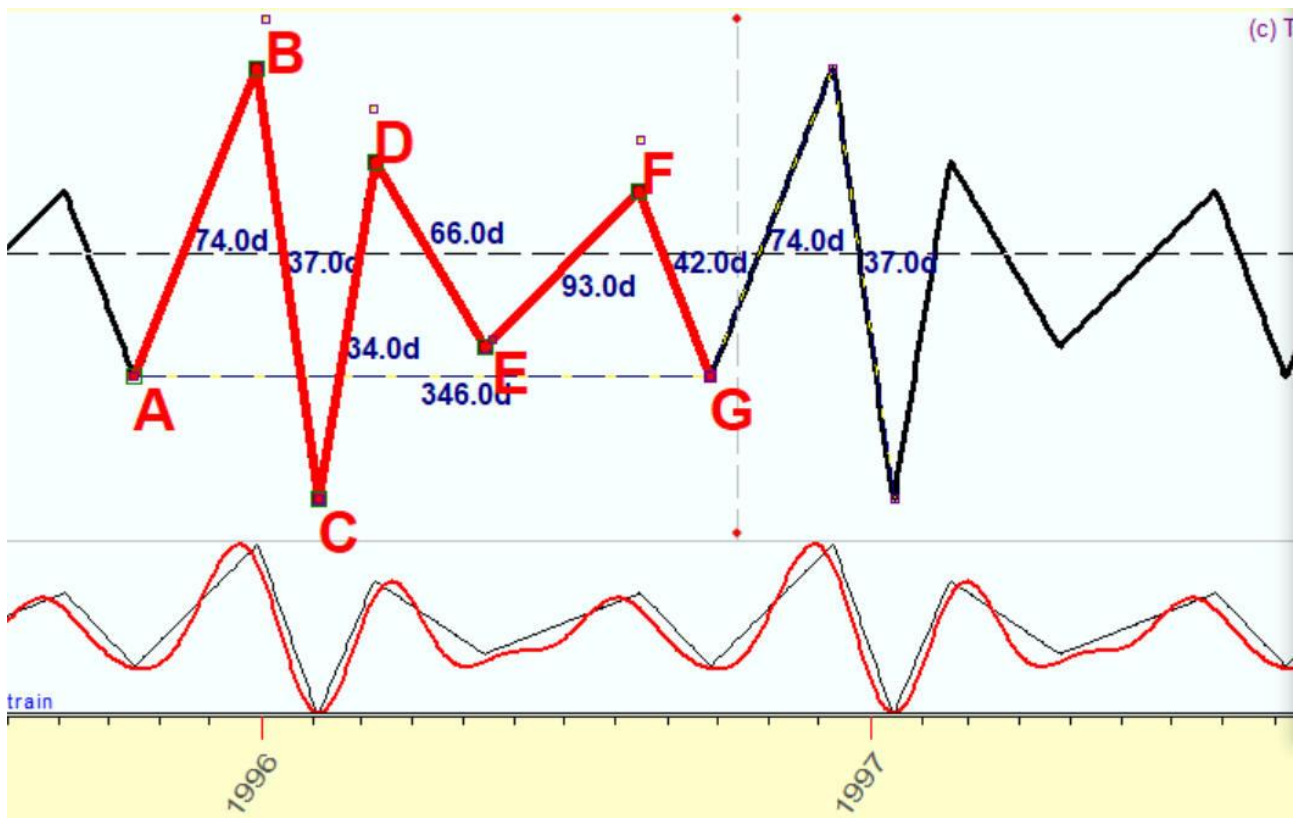


Non è una sorpresa, la nostra curva irregolare nel suo periodo ciclico mostra 6 turning points, e la terza armonica di un ciclo di 346 giorni copre 6 inversioni.

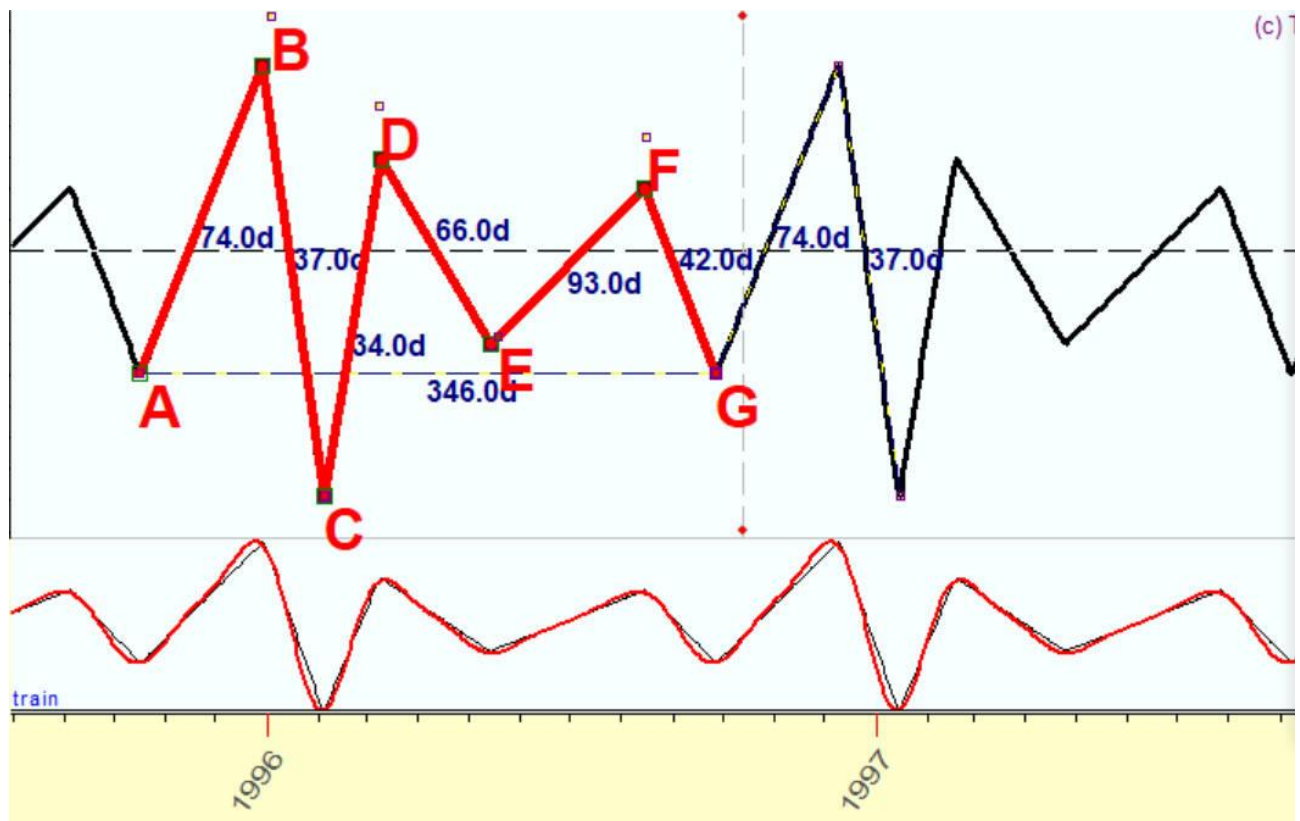
Ora aggiungo una quarta armonica, il ciclo di 86.5 giorni. Potete vedere come la curva di proiezione rossa si adatta molto meglio alle irregolarità della curva originaria:



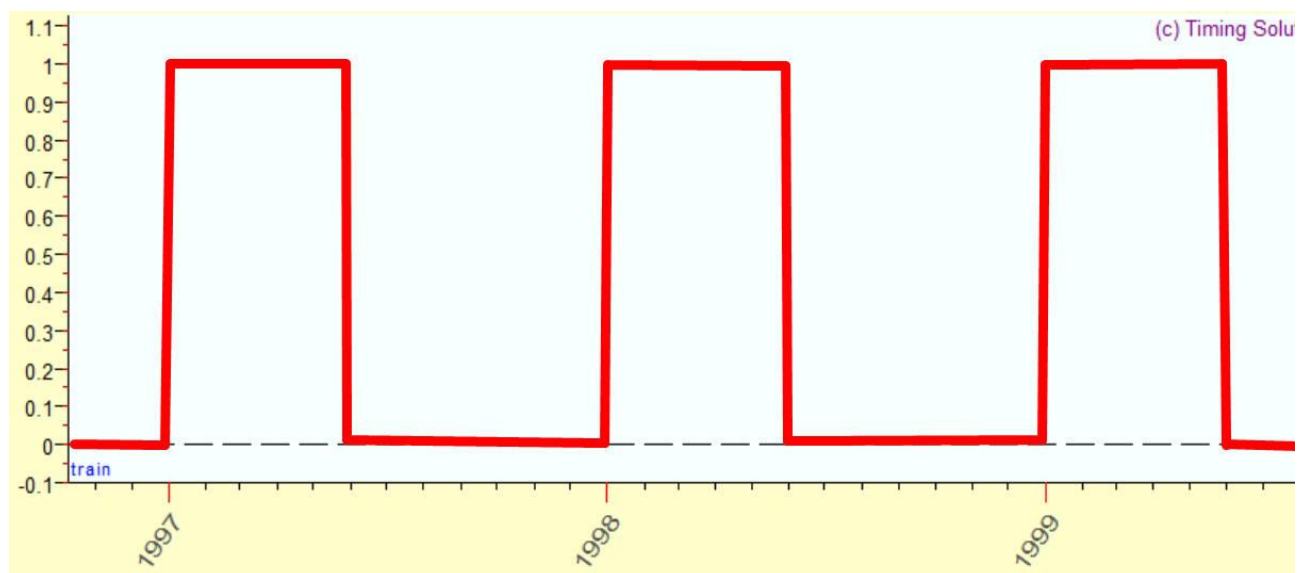
Ancora possiamo aggiungere una quinta armonica:



Impostando 8 overtones, la curva rossa di proiezione e la curva nera rappresentante la curva irregolare originaria diventano praticamente identiche:

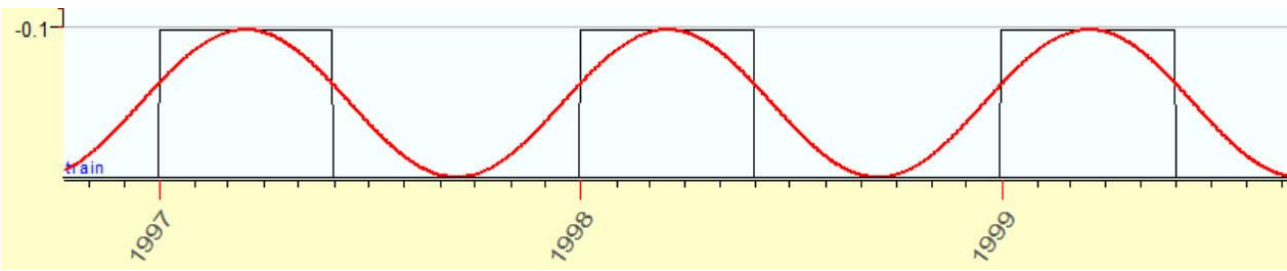


Come ulteriore esempio, voglio mostrarvi come potete modellare un'onda quadra, che ha questa forma:

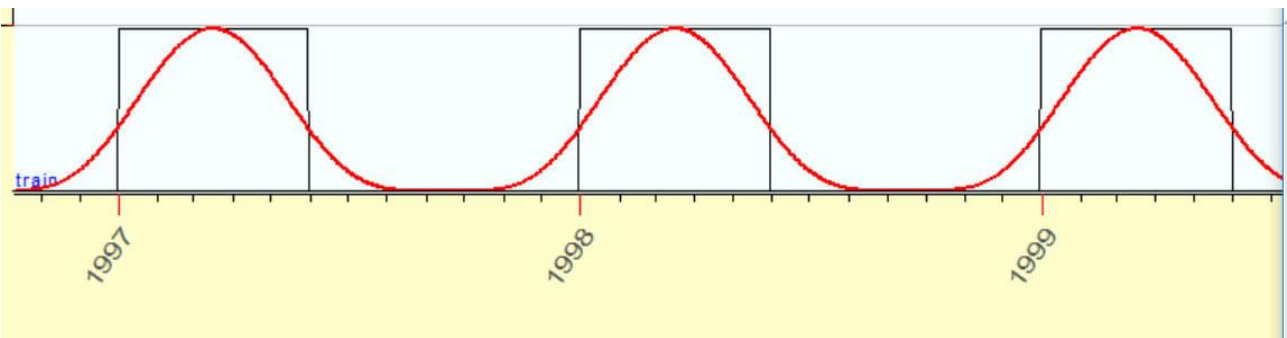


Questa funzione equivale a 1 nel periodo che va da Gennaio a Luglio, mentre nei restanti mesi è uguale a zero. Questo è l'esempio classico che si può trovare in qualsiasi libro che tratti l'analisi armonica. Proviamo a farlo con Timing Solution.

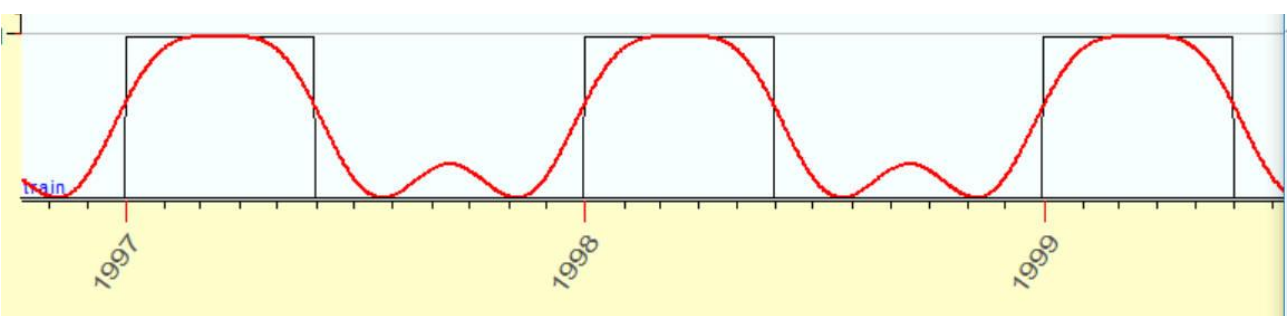
Usando 1 armonica:



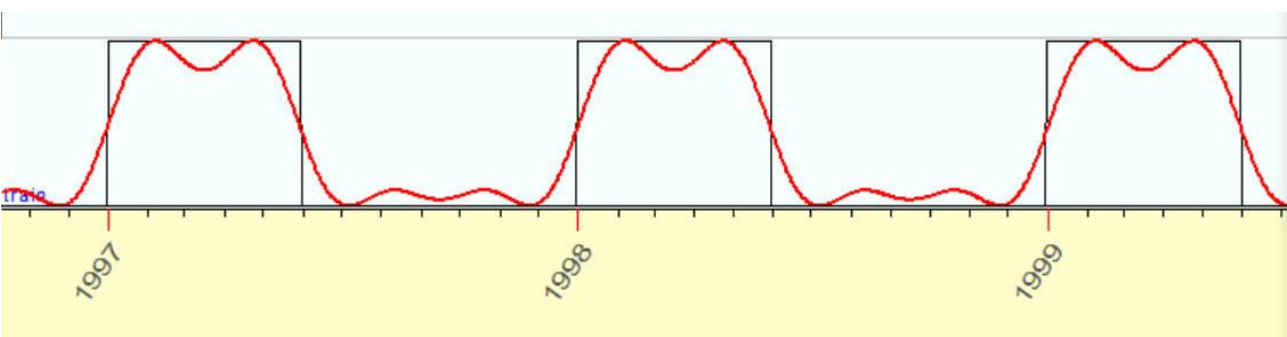
2 armoniche:



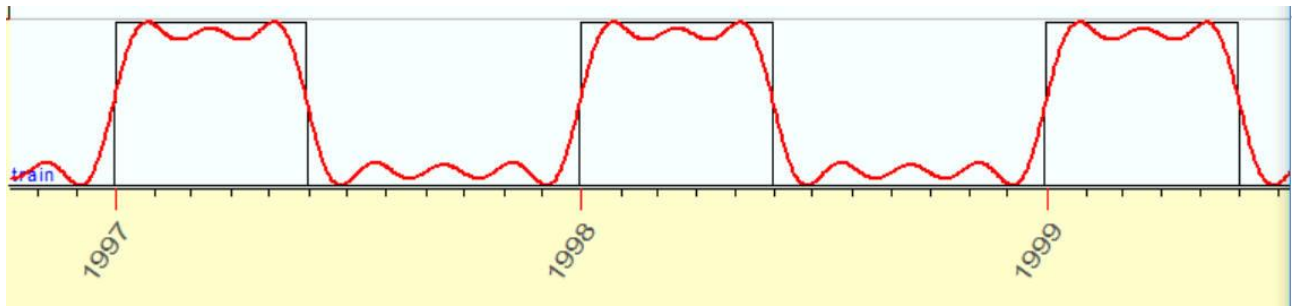
3 armoniche:



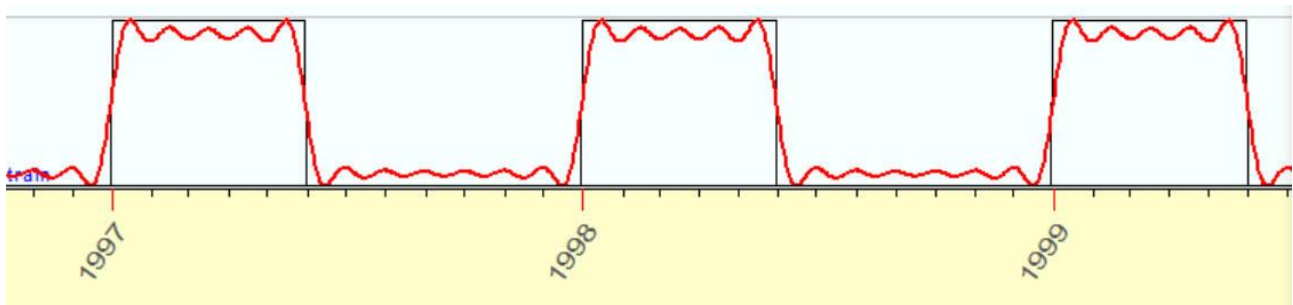
4 armoniche:



6 armoniche:



12 armoniche:



Spero che ora possiate vedere tutta la bellezza dell'analisi armonica come la vedo io. Si tratta di un sistema completo che non richiede ulteriori aggiunte. Certamente ci saranno ancora dei problemi, ma riguarderanno per lo più argomenti di matematica finanziaria.

20 Settembre 2017

Toronto, Canada